**«Вычислительная математика»**

***Лабораторная работа № 4  
Численные методы решения задачи Коши***

*Повторить из курса математического анализа:*

* производная *n*-порядка, способы вычисления производных;
* Ряд Тейлора.
* дифференциальные уравнения: определение, решение, задача Коши.

*Задания к работе:*

**4.1.**

* вычислить приближенное решение задачи Коши *y(x)* методом последовательного дифференцирования. Ряд Тейлора ограничить значением производной второго порядка.
* вычислить значение функции *φ(х)*, которая является точным решением задачи Коши и функции *y(x)*, которая является приближенным решением, в произвольной точке *x=λ*, принадлежащей указанному промежутку (*x=λ=а+ih* ).
* определить относительную и абсолютную погрешности.

**4.2.**

* вычислить «вручную» *y(x)* четырьмя методами: Эйлера, Эйлера-Коши, модифицированным методом Эйлера и методом Рунге-Кутты сначала с шагом *h*=0.2, а затем с шагом *h*=0,1.
* сравнить полученные значения *y(x)* со значением *φ(x)* точного решения при *x=λ*: определить относительную и абсолютную погрешности.
* описать в модуле функции, каждая из которы*х* возвращает приближенное значение решения задачи Коши  в точке *x* с точностью *ε*, реализующие методы Эйлера, Эйлера-Коши, модифицированный метод Эйлера и метод Рунге-Кутты. Оценка точности производится по принципу Рунге.
* составить программу для вычисления приближенны*х* значений решения задачи Коши с точностью ε на промежутке [*a*, *b*] с шагом  для соответствующего варианта с использованием все*х* функций, описанны*х* в модуле. Результат работы программы таблица значений приближенного решения задачи Коши.
* Результат сравнения значений представить в виде таблицы вида:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Погрешность | Вычислительный метод | | | | |
| Последовательного  дифференцирования | Эйлера | Эйлера-Коши | Модифицированный Эйлера | Рунге-Кутты |
| Δ |  |  |  |  |  |
| δ |  |  |  |  |  |

*Варианты заданий*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Задача Коши | Точное решение |
| **1** |  |  |
| **2** |  |  |
| **3** |  | φ(*x*)=(*x*−π/2)sin*x* |
| **4** |  | φ(*x*)= |
| **5** |  |  |
| **6** |  | φ(*x*)=*x*e*x*p(1/*x*) |
| **7** |  | φ(*x*)=2*xA*rctg*x* |
| **8** |  | φ(*x*)=/*x* |
| **9** |  | φ(*x*)= |
| **10** |  | φ(*x*)=*x*2 |
| **11** |  |  |
| **12** |  | φ(*x*)=−*x*cos*x* |
| **13** |  | φ(*x*)=*x*lnln*x* |
| **14** |  |  |
| **15** |  | φ(*x*)=e*x*p((*x*2−1)/*x*) |
| **16** |  | φ(*x*)=*x*ln() |
| **17** |  | φ(*x*)=1/(1+ln*x*) |
| **18** |  | φ(*x*)=(1−2cos*x*)cos*x* |
| **19** |  | φ(*x*)=sin*x*+*e*−sin*x* |
| **20** |  |  |
| **21** |  |  |
| **22** |  | φ(*x*)=ln*x* |
| **23** |  | φ(*x*)=*x*\*ln*x* |
| **24** |  | φ(*x*)= *x*2 |
| **25** |  |  |

*Вопросы к защите*

1. Постановка задачи Коши.
2. Определение аналитического и численного метода приближенного решения задачи Коши.
3. Метод последовательного дифференцирования.
4. Геометрический смысл метода Эйлера.